

# Study on Navigation Strategy of Intelligent Wheelchair in Narrow Spaces

Tao Lu<sup>1</sup>, Kui Yuan<sup>1</sup>, Wei Zou<sup>1</sup>, Huosheng Hu<sup>2</sup>

<sup>1)</sup> Hi-tech Innovation Center, Institute of Automation, CAS, Beijing 100080

(E-mail: tlu@hitic.ia.ac.cn)

<sup>2)</sup> University of Essex, Department of Computer Science, Wivehoe Park, Colchester Essex CO4 3SQ

(E-mail: hhu@essex.ac.uk)

**Abstract**—Research on intelligent wheelchair, which is a kind of home welfare tools and can help the handicapped and elderly people to obtain more independent spaces, is attracting more and more attentions. This paper focuses on the problem of operation difficulty of intelligent wheelchair in narrow spaces and presents a kind of navigation strategy based on geometrical analysis. The running conditions of the intelligent wheelchair are divided into two types: the corridor type and the pass-door type respectively, and the path tracking strategy is realized by feedback linearization method. Experiments show that the proposed navigation strategy can work quite well for turning around a corridor corner and passing through a door.

**Keywords**—intelligent wheelchair, navigation strategy, narrow spaces, feedback linearization

## 智能轮椅在狭窄区域的运动策略研究

鲁涛<sup>1</sup> 原魁<sup>1</sup> 邹伟<sup>1</sup> 胡豁生<sup>2</sup>

<sup>1)</sup> 中科院自动化研究所高创中心 北京 100080

<sup>2)</sup> 埃塞克斯(Essex)大学计算机系, 英国

**摘要** 智能轮椅作为一种家庭福利型工具, 由于其可以极大的帮助残疾人和老年人获得更多的独立生活空间, 正逐渐受到研究重视。本文针对轮椅在狭窄区域操作困难的问题, 从几何角度对智能轮椅在狭窄区域的运动策略进行了研究。针对走廊型和门型两种类型的狭窄区域分别给出了轮椅的运动路径规划, 并通过反馈线性化的控制方法来实现智能轮椅的路径跟踪。实验表明在运动策略的控制下智能轮椅能够平滑而安全的通过走廊型和门型狭窄区域。

**关键词** 智能轮椅, 运动策略, 狭窄区域, 反馈线性化

### 1 引言

随着世界人口老龄化进程的加快, 如何利用现代信息技术扩大老年人及其残疾人的生活空间、提高他们的生活质量、给他们带来更多的自由和方便成为近几年来国际学术界和企业界关注的热点问题。智能轮椅作为解决该问题的一个重要手段, 其研究受到了普遍重视。在过去的十多年里, 美国、德国、日本、法国、加拿大、西班牙及中国等国家均曾成立专项对智能轮椅相关技术进行研究 [1], 其中比较成功的成果包括: 西班牙的 SIAMO[4]、美国麻省理工学院的 Wheellesley[2]、密支干

大学的 NavChair[3]、德国乌尔姆大学的 Maid[5]、布莱美大学的 Rolland[6]、加拿大 AAI 公司的 TAO[7]系列、法国的 VAHM[8]等。

智能轮椅研究的核心问题是借助于相关控制技术, 简化操作者的操作手段, 使其能够平滑地在各种环境下避障行走。然而, 作为一种轮式移动机器人, 智能轮椅的运动受到非完整约束条件的限制, 不能在垂直于驱动轮的方向上运动, 从而使其运动路径受到限制。同时, 由于智能轮椅多在室内环境下使用, 运动区域比较狭窄, 对其进行操作变得更加困难, 因此, 如何借助于相关感

知信息，融合实现智能轮椅的自主运动规划能力，提高其在狭窄区域内的运动灵活性是一个非常值得研究的重要课题。

本文针对智能轮椅运动区域的特点，对狭窄区域进行了分析，并从几何角度进行轮椅运动策略的研究，最后通过反馈线性化的控制方法进行路径跟踪，取得了较好的效果。

## 2 轮椅运动几何特性分析

作为一种轮式移动机器人，智能轮椅控制系统属于非完整系统，其运动受到非完整条件约束，即无法在垂直于轮面的方向上运动。轮椅的运动方式可以简单地分成两种：直线运动（图 1.a）和圆弧运动（图 1.b），其中直线运动也可看作是圆弧运动在旋转半径为无限大情况下的特例。

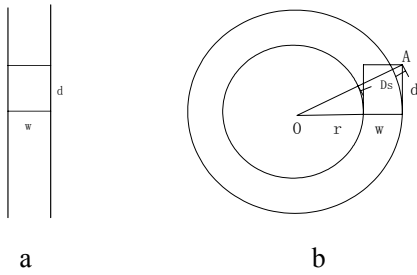


图 1 轮椅运动方式示意图：a)直线运动轨迹；b)圆弧运动轨迹

通常情况下，轮椅车体为非对称方形，在其运动过程中，不同的运动方式对其所能通过的空间尺寸要求不同。从图 1 可以清楚地看到，车体进行直线运动（图 1.a）时，车体的运动空间宽度等于车体宽度；车体进行圆弧运动时，其运动空间宽度取决于车体的运动半径，该值同轮椅尺寸以及相关运动轨迹尺寸之间的关系可计算为（如图 1.b 所示，本文假设车体采用后轮驱动，此时车体的最大拐弯半径点发生在 A 点）：

$$D_s = \sqrt{d^2 + R^2} - r \quad (\text{其中: } R=r+w)$$

其中：w 为车体宽度，d 为车长，r 为内驱动轮运动半径，R 为外驱动轮运动半径， $D_s$  为车体运动空间宽度。

运动空间宽度  $D_s$  同轮椅内轮半径 r 之间的函数关系可以直观地描绘为图 2 曲线，由该曲线可以清晰地看出 r 趋于无穷大时，轮椅对运动空间的要求最小， $D_s = w$ ，即是直线运动；当 r 为零时，对运动空间的要求最大，即为零半径圆弧运动。

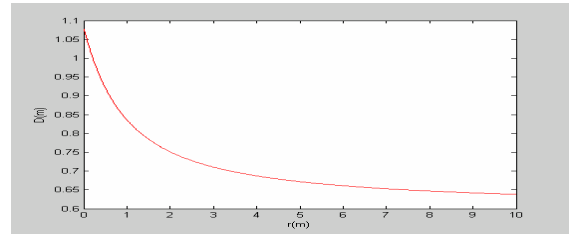


图 2 圆弧运动空间宽度与内轮运动半径的关系

## 3 狭窄区域运动路径分析

通常情况下，狭窄区域可以分为两种类型，一种是狭长通道，另一种是转角通道。转角通道又可以分成两种情况：1) 走廊型：转角后的通道宽度大于或者等于转角前通道宽度，由于前者情况可以非常方便地转化为后者情况，不失一般性，本文仅对转角前后通道宽度相等的情况下进行分析，此时轮椅的运动状态如图 3 所示；2) 门型：转角前空间宽度较大，转角后的空间宽度较小，如图 4 所示。在狭长通道情况下，轮椅只能采取直线运动方式，只要保证轮椅运动方向同通道走向相平行即可确保其安全运行，此时的控制策略相对比较简单，本文对此不再赘述，仅对转角通道情况下的运动路径规划及其控制实现进行详细分析。

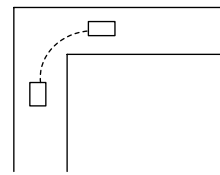


图 3 走廊型

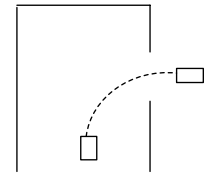


图 4 门型

### 3.1 走廊型

如图 3 所示，在转角前后，走廊的宽度一致（由于走廊宽度的限制，这里不考虑车体与走廊的方向有一定夹角的情况，而考虑车体在转弯前后车体均保持与走廊平行状态），车体方位角相差 90 度。在转弯过程中轮椅车体的运动轨迹为四分之一圆弧，该圆弧的圆心位于内外直角拐角（图 5，角 MEN 和角 PFQ）的角平分线（线段 EF）上。

图 5 中 F 点是内拐角的拐角点，车体在转弯中，F 点位于内驱动轮轨迹圆弧上或者内部。本文讨论内轮轨迹圆弧经过 F 点的情况，即 F 在圆弧上，这样经过规划的路径将充分利用空间，减少车体与外拐角壁发生碰撞的可能性。A 点是轮椅车体在做圆弧运动的外角点。车体转弯过程中，车体能否通过已知宽度的走廊型拐角取决于外角点 A 所走过的圆弧是否与外拐角 MEN 相交。

只有在不相交或者相切的情况下,车体才能够安全转弯。由几何关系,我们可以得到以下关系式(因为不相交的情况可以很容易的转变为相切情况下进行处理,因此本文只对相切情况进行讨论):

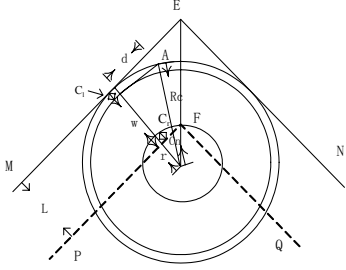


图5 走廊型情况下轮椅轨迹的几何特性

$$r = \sqrt{2}(R_c - L) \quad (3.1.1)$$

$$R = \sqrt{2}(R_c - L) + w \quad (3.1.2)$$

$$C_r = (\sqrt{2} - 1)(R_c - L) \quad (3.1.3)$$

$$C_n = R_c - L \quad (3.1.4)$$

其中:  $R_c$  为外角点 A 圆弧运动的轨迹半径,  $R_c = \sqrt{d^2 + R^2}$ ,  $L$  为走廊宽度,  $C_r$  为转弯前车体内驱动轮(图5中为右驱动轮)到拐角内壁 PFQ 的距离,  $C_n$  为车体驱动轴与内拐角直线 FQ 的平行距离。

将  $R_c = \sqrt{d^2 + R^2}$  代入(3.1.1)(3.1.2)(3.1.3)(3.1.4),

联立求解可得到: 在满足  $d + w < \sqrt{2}L$  (\*) 的条件下(否则, 方程无解, 即车体无法通过拐角通道):

如果  $d^2 + w^2 < L^2$ , 与约束 (\*) 联立, 容易得到:

$L > \sqrt{d^2 + w^2}$  时

$$r = (\sqrt{2}L - 2w) + \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{2}L - w)^2 - d^2} \quad (3.1.5)$$

$$R = (\sqrt{2}L - w) + \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{2}L - w)^2 - d^2} \quad (3.1.6)$$

$$C_r = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})(\sqrt{2}L - 2w) + \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{2}L - w)^2 - d^2} \quad (3.1.7)$$

$$C_n = \frac{\sqrt{2}}{2}((\sqrt{2}L - 2w) + \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{2}L - w)^2 - d^2}) \quad (3.1.8)$$

如果  $d^2 + w^2 > L^2$ , 与约束 (\*) 联立, 容易得到:

$\frac{d + w}{\sqrt{2}} < L < \sqrt{d^2 + w^2}$  时

$$r = (\sqrt{2}L - 2w) - \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{2}L - w)^2 - d^2} \quad (3.1.9)$$

$$R = (\sqrt{2}L - w) - \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{2}L - w)^2 - d^2} \quad (3.1.10)$$

$$C_r = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})(\sqrt{2}L - 2w) - \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{2}L - w)^2 - d^2} \quad (3.1.11)$$

$$C_n = \frac{\sqrt{2}}{2}((\sqrt{2}L - 2w) - \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{2}L - w)^2 - d^2}) \quad (3.1.12)$$

转弯前, 通过传感器信息确定轮椅车体参数与通道的关系 ( $d, w, L$  的关系), 根据上述计算表达式即可确定  $r, R, C_r, C_n$  进而确定车体的初始位置(由  $C_r, C_n$  确定)和相应的运动轨迹(由  $r, R$  确定), 然后通过适当的路径跟踪策略就可以很容易实现走廊型通道的安全通行。

### 3.2 门型

如图4, 由于门型空间狭窄, 轮椅车体穿门时的姿态应保持与门所在平面垂直, 才能保证穿行时不易发生碰撞(如果门型空间相对宽裕, 允许车体姿态有所改变, 按照垂直姿态情况进行轨迹规划依然适用)。根据第2节的分析, 轮椅运行期间所作圆弧的半径越大, 车体运行空间宽度越小, 当车体进行直线运动时, 运行空间宽度最小(等于车宽)。在穿过门型空间前, 将车体姿态调整到与门面相垂直且在同一条直线上, 通过直线运动完成穿门动作是比较简单的方法, 但实现效果并不理想。此外, 考虑到运动的平滑性, 有必要根据门型区域几何参数, 通过设计适当的圆弧运动来达到平滑穿门的目的。以下将对此种情况进行分析。

图7描述了轮椅车体通过圆弧运动穿门的轨迹。车体圆弧运行轨迹的圆心(图7, O点)在门框所确定的平面上。在穿门期间, 若要车体不与门发生碰撞需满足:  $R_c - r \leq D$  ( $D$ 代表门的宽度)。由于  $R_c - r < D$  的情况均可以转化为  $R_c - r = D$  的情况考虑, 以下对  $R_c - r = D$  的情况进行分析。

将  $R_c = \sqrt{d^2 + R^2}$  代入  $R_c - r = D$ , 并利用关系式:

$R = r + w$ , 可以求得  $r, R$  的表达式

$$r = \frac{d^2 + w^2 - D^2}{2(D - w)} \quad (3.2.1)$$

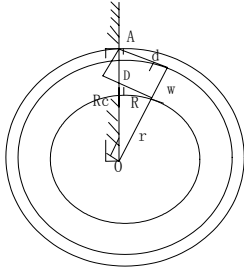


图 7 门型情况下轮椅轨迹的几何特性

$$R = \frac{(d+w-D)(d-w+D)}{2(D-w)} \quad (3.2.2)$$

由上述表达式，根据  $r \geq 0, R \geq 0$ ，可以得到以下约束条件：

$$d^2 + w^2 \geq D^2 \quad (3.2.3)$$

$$d + w \geq D \quad (3.2.4)$$

$$D > w \quad (3.2.5)$$

显然(3.2.5)式一定满足，否则轮椅无法通过。又(3.2.3)  $\supseteq$  (3.2.4)，因此只需考虑(3.2.3)式即可。在(3.2.3)式满足的情况下，根据  $r, R$  的计算表达式求得  $r, R$ ，然后选择适当的控制策略就可控制轮椅通过门型区域。考察(3.2.3)式不满足的情况，即  $d^2 + w^2 < D^2$ ，此式表明门的宽度大于车体几何方形内的最长线段（车体的对角线），门足够宽使得车体可以以任何姿态通过门，因此，取  $d^2 + w^2 = D^2$ ，即内驱动轮运动半径为零，通过以内驱动轮为圆心的圆弧运动即可解决此种情况下的穿门问题。

#### 4 路径跟踪实现

通常情况下轮椅为后轮驱动前轮万向模式，其运动模型如图 8 所示。在运行过程中，轮椅的实际控制量为两个驱动轮的角速度，因此，为了保证车体能够按照上述规划路径完成相关动作，需要据此在线实时地确定出这两个控制输入量。为此将车体后轴中心位置在世界坐标系中的位置  $(x, y)$  和角度  $\theta$  作为状态变量，建立系统的运动学模型：

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (4.1)$$

其中： $v$  为轮椅的前进速度； $\omega$  为轮椅姿态角的变化率。此处， $v, \omega$  为控制变量，其与驱动轮的角速度的关系如下：

$$\begin{cases} v = \frac{r_c}{2}(\omega_r + \omega_l) \\ \omega = \frac{1}{w}(\omega_r - \omega_l) \end{cases} \quad (4.2)$$

其中： $r_c$  为驱动轮的半径， $w$  为两驱动轮之间距离，

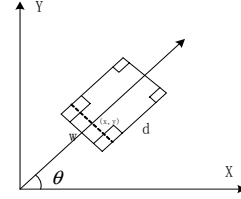


图 8 车体模型

$\omega_r, \omega_l$  分别为两驱动轮的角速度。

根据李代数秩条件[9]可以证明，轮椅系统为全局可控的，即从任意初始状态  $(x_0, y_0, \theta_0)$  到任意终止状态  $(x_e, y_e, \theta_e)$ ，可以选择合适的控制量  $v, \omega$  实现状态转移。

因此，对于任意给定的期望几何路径  $f(x, y) = 0$ ，总能找到某个反馈控制律  $u = u(x, y, \theta)$ ，使系统(4.1)沿该路径运动。由于在跟踪的过程中，对完成跟踪的时间并没有要求，因此这里设定轮椅以恒定的速度运动，即  $v$  为常数，根据文献[10]，我们可以得到  $\omega$  的反馈控制律为：

$$\omega = \frac{1}{\Delta} [-v^2 (f_{x,x} \cos^2 \theta + f_{y,y} \sin^2 \theta + 2f_{x,y} \sin \theta \cos \theta) + \mu] \quad (4.3)$$

$$\mu = -k_1 (f_x v \cos \theta + f_y v \sin \theta) - k_2 f \quad (4.4)$$

其中： $f = f(x, y)$  为期望的几何路径， $\Delta = f_y v \cos \theta - f_x v \sin \theta$ ， $\mu$  为新的控制变量， $k_1, k_2$  为衰减

系数，并且  $f_x = \frac{\partial f}{\partial x}; f_y = \frac{\partial f}{\partial y}; f_{x,x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}; f_{y,y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}; f_{x,y} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ 。

当  $t \rightarrow \infty$  时，轮椅的位置收敛到期望路径上，且其运动方向为期望路径的切线方向。其收敛速度由  $k_1, k_2$  共同决定： $k_1, k_2$  取得越大，收敛速度越快，即轮椅能以更快的速度收敛到给定的路径上，但此时并未考虑轮椅在移动过程中车体的惯性和旋转速度的限制。综合考虑以上因素， $k_1, k_2$  取得太大，车体会在跟踪过程中在路径周围振荡； $k_1, k_2$  取得太小，轮椅的位置收敛到期望路径上的速度太慢，因此通过实验，可以选取合适的衰减系数  $k_1, k_2$ ，以使轮椅的位置尽快收敛到期望的路径上。

根据以上推导求出的控制量  $\omega$  和已知的  $v$ ，由式(2)可得两驱动轮的角速度：

$$\begin{cases} \omega_r = \frac{1}{2} \left[ \frac{2v}{r_c} + w\omega \right] \\ \omega_l = \frac{1}{2} \left[ \frac{2v}{r_c} - w\omega \right] \end{cases} \quad (4.5)$$

## 5 实验

从上文的分析中，可以得到：根据车体的固有参数以及所处狭窄区域的相关参数，通过传感器信息确定轮椅的初始位置，然后利用反馈线性化的控制律实现路径跟踪，完全可以达到安全穿过狭窄区域的目的。实验结果证实了上述分析的可行性。

### 5.1 走廊型

轮椅宽度为 0.67m，长度为 1.00m，驱动轮半径  $r_c = 0.16m$ 。走廊型区域宽度  $L=1.30m$ 。根据 3.1 节的分析可得： $L^2 > d^2 + w^2$ ，从而可以得到： $r=1.35m, R=2.02m, C_r = 0.40m, C_n = 0.96m$ 。速度取值  $v=10r/min$ 。图 10 表示出了轮椅穿过走廊型区域的轨迹序列。在操纵者发出左转弯的命令之后，轮椅根据自身的超声传感器（轮椅本体上共装有 16 个超声传感器，探测距离为 3 米）获得参数值  $C_r, C_n$ ，从而确定转弯前的初始位置，并根据  $r, R$  来确定运动轨迹，最后在反馈控制律作用下，轮椅平滑的完成了转弯动作。



图 10 走廊型转弯过程序列

### 5.2 门型

轮椅车体参数以及速度取值与走廊型情况下相同，门型区域宽度  $D=0.90m$ 。根据 3.2 分析，分别计算得到  $r=1.39m, R=2.06m$ 。图 11 给出了轮椅在接收到操纵者命令之后的穿门过程序列，轮椅根据给定区域参数计算得到轨迹参数，并在传感器信息下确定初始位置，最终在控制律作用下完成穿门动作。

## 6 结论

本文从几何的角度分析了智能轮椅在狭窄区域的运动策略问题。针对走廊型和门型两种区域分别分析给出了轮椅的运动轨迹。通过传感器信息确定轮椅运动前的初始位置以及轮椅参数与环境参数的关系来确定轮椅的



图 11 门型穿越过程序列

运动策略，并通过反馈线性化的控制律来实现路径跟踪。实验证实了运动策略的可行性。实验中由于超声传感器固有的不足（定位差，干扰，镜面反射等）影响了实验效果的准确性，因此智能轮椅在传感器的选择上有待于进一步改进。

## 参考文献

- [1] Lankenu,A.,Rofer,Smart Wheelchairs-State of the Art in an Emerging Market.2000.
- [2] H.A. Yanco, et al., Initial Report on Wheelchairs: A Robotic Wheelchair System, *Proc.Workshop on Developing AI Applications for the disabled*, August, Canada, 1995.
- [3] S.P. Levine, et al. The NavChair Assistive Wheelchair Navigation System. *IEEE Trans. on Rehabilitation Engineering*, Vol. 7, Issue 4,December, pp.443 – 451,1999.
- [4] M.Mazo,J.C.Garcia,et al,Experiences in assisted mobility:the SIAMO project,*Proc.IEEE Int. Conf. on Control Applications* September. 18-20, ,Scotland,U.K,2002.
- [5] E.Prassler, J. Scholz, M. Strobel. MAid: Mobility Assistance for Elderly and Disabled People, *Proc.24th IEEE on Industrial Electronics Society*, Vol. 4, August, pp. 2493 – 2498, 1998.
- [6] T.Rofer and A. Lankenau. Ensuring Safe Obstacle Avoidance in a Shared-Control System. *Proc.7th IEEE Int. Conf. on Emerging Technologies and Factory Automation*, vol. 2 , October. pp.1405 – 1414., 1999.
- [7] T.Gomi and K. Ide. The Development of an Intelligent Wheelchair. *Proc. IVS'96*, Tokyo, Japan, September.1996
- [8] Alain Pruski,Moural Ennaji and Yann Morere,VAHM:A user adapted intelligent wheelchair,*Proc.IEEE Int. Conf. on Control Applications*. September 18-20,Scotland,U.K,2002.
- [9] Isidori. *Nonlinear Control Systems*.2<sup>nd</sup> Edition,Springer, pp: 60~ 75, 1989.
- [10] 马保离, 霍伟. 移动小车的路径跟踪与镇定[J]. 机器人, 17 (6): 358~362,1995.